

第2次作业：

1.6 试判断：(2)  $y(n) = [x(n)]^2$  是否是线性系统？是否是移不变系统？

不是线性系统

$$\text{令 } y_1(n) = T[x_1(n)] = [x_1(n)]^2$$

$$\text{令 } x_2(n) = \alpha x_1(n)$$

$$\begin{aligned} y_2(n) &= T[x_2(n)] = T[\alpha x_1(n)] = [\alpha x_1(n)]^2 = \alpha^2 [x_1(n)]^2 \\ &= \alpha^2 y_1(n). \text{ 不满足比例性} \end{aligned}$$

是移不变系统

$$y(n) = T[x(n)] = [x(n)]^2$$

$$y(n-n_0) = [x(n-n_0)]^2 = T[x(n-n_0)]$$

1.7 试判断系统是否是：(1) 线性，(2) 移不变，(3) 因果，(4) 稳定？

$$(7) T[x(n)] = \frac{1}{n} u(n)$$

(1) 是线性的。

$$\begin{aligned} T[a x_1(n) + b x_2(n)] &= \frac{1}{n} [a u(n) + b u(n)] = a \left[ \frac{1}{n} u(n) \right] + b \left[ \frac{1}{n} u(n) \right] \\ &= a T[x_1(n)] + b T[x_2(n)] \end{aligned}$$

(2) 不是移不变的。

$$\begin{aligned} T[x(n+m)] &= \frac{1}{n+m} u(n+m), \text{ 而 } y(n+m) = \frac{1}{n+m} u(n+m) \\ T[x(n+m)] &\neq y(n+m) \end{aligned}$$

(3) 是因果的。

对于任意  $n_0$ ,

$$y(n_0) = \frac{1}{n_0} u(n_0), \text{ 只取决于 } x(n) \Big|_{n \leq n_0}.$$

(4) 不是稳定的。

取  $n_0 = 0$ ,

$$y(n_0) = \frac{1}{n_0} u(n_0) \rightarrow \infty, \text{ 无界.}$$

1.9 设  $x_1(n)$  和  $x_2(n)$  都是从  $n=0$  开始的有限长序列， $x_1(n)$  的长度为  $N_1$  点， $x_2(n)$  的长

度为  $N_2$  点，设  $N_2 > N_1$ ，试求：(1)  $x_1(n) + x_2(n)$  的长度点数；(2)  $x_1(n) * x_2(n)$  的长

度点数；(3)  $x_1(n) \bullet x_2(n)$  的长度点数；

$$(1) x_1(n) + x_2(n) = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ x_1(n) + x_2(n), & 0 \leq n < N_1 \\ 0 + x_2(n), & N_1 \leq n < N_2 \\ 0, & N_2 \leq n. \end{cases}$$

故该序列长度点数为  $N_2$ 。

(2) 由公式， $x_1(n) * x_2(n)$  的长度为  $N_1 + N_2 - 1$

$$(3) x_1(n) \bullet x_2(n) = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ x_1(n) \cdot x_2(n), & 0 \leq n < N_1 \\ 0 \cdot x_2(n) = 0, & N_1 \leq n < N_2 \\ 0, & N_2 \leq n \end{cases}$$

故该序列长度点数为  $N_1$ 。